



CANPOINT®

全品 高考复习方案

主编：肖德好

作业手册
数学

RJA

A版

作业手册

第 1 讲	集合	299
第 2 讲	常用逻辑用语	301
第 3 讲	等式与不等式	303
第 4 讲	基本不等式	305
第 5 讲	一元二次方程、不等式	307
第 6 讲	函数的概念及其表示	309
第 7 讲	函数的单调性与最值	311
第 8 讲	函数的奇偶性、对称性与周期性 (A)	313
第 8 讲	函数的奇偶性、对称性与周期性 (B)	315
第 9 讲	二次函数与幂函数	317
第 10 讲	指数与指数函数	319
第 11 讲	对数与对数函数	321
增分微练 1	指、对、幂函数之比较大小	323
第 12 讲	函数的图象	325
第 13 讲	函数与方程	327
第 14 讲	函数模型及其应用	329
第 15 讲	导数的概念及其意义、导数的运算	331
第 16 讲	导数与函数的单调性	333
第 17 讲	导数与函数的极值、最值	335
增分微练 2	构造法在解决函数、导数问题中的应用	337
第 18 讲	导数与不等式	339
	第 1 课时 利用导数研究恒 (能) 成立问题	339
	第 2 课时 利用导数证明不等式	341
	第 3 课时 放缩法证明不等式	343
第 19 讲	利用导数研究函数的零点	345
第 20 讲	双变量不等式的证明	347
第 21 讲	任意角和弧度制、三角函数的概念	349
第 22 讲	同角三角函数的基本关系式与诱导公式	351
第 23 讲	两角和与差的正弦、余弦和正切公式	353
第 24 讲	简单的三角恒等变换	355
第 25 讲	三角函数的图象与性质	357
第 26 讲	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 及三角函数模型的应用	359
第 27 讲	余弦定理、正弦定理 (A)	362
第 27 讲	余弦定理、正弦定理 (B)	365
第 28 讲	余弦定理、正弦定理应用举例	367
第 29 讲	平面向量的概念及其线性运算	369
第 30 讲	平面向量基本定理及坐标表示	371
第 31 讲	平面向量的数量积	373
第 32 讲	平面向量的综合问题	375
第 33 讲	复数	377
第 34 讲	数列的概念与简单表示法	379
第 35 讲	等差数列及其前 n 项和	381
第 36 讲	等比数列及其前 n 项和	383
第 37 讲	数列求和	385
第 38 讲	数列的综合问题	387
第 39 讲	双数列问题	389
第 40 讲	空间几何体	391
增分微练 3	与球有关的切、接问题	393

第 41 讲	空间点、直线、平面之间的位置关系	395
第 42 讲	直线、平面平行的判定与性质	397
第 43 讲	直线、平面垂直的判定与性质	399
第 44 讲	空间向量及其运算和空间位置关系	401
第 45 讲	空间角	403
第 46 讲	空间距离及立体几何中的探索性问题	405
增分微练 4	空间中的动态问题	407
第 47 讲	直线的倾斜角与斜率、直线的方程	409
第 48 讲	两直线的位置关系	411
第 49 讲	圆的方程	413
第 50 讲	直线与圆、圆与圆的位置关系	415
第 51 讲	椭圆	417
	第 1 课时 椭圆及其性质	417
	第 2 课时 直线与椭圆的位置关系	419
第 52 讲	双曲线	421
第 53 讲	抛物线	423
第 54 讲	圆锥曲线热点问题	425
	第 1 课时 求值、最值与范围、证明问题	425
	第 2 课时 定点、定值、探索性问题	427
第 55 讲	随机抽样	429
第 56 讲	用样本估计总体	431
第 57 讲	成对数据的统计分析	435
第 58 讲	分类加法计数原理与分步乘法计数原理	439
第 59 讲	排列与组合	441
第 60 讲	二项式定理	443
第 61 讲	随机事件与概率、古典概型	445
第 62 讲	随机事件的相互独立性与条件概率	447
第 63 讲	全概率公式及应用	449
第 64 讲	离散型随机变量的分布列、数字特征	451
第 65 讲	二项分布与超几何分布、正态分布	454
增分微练 5	统计、概率的综合问题	457
增分微练 6	推理、想象之创新思维试题	459

参考答案

增分加练

请从后起

小题阶段自查(一)	预备知识	461
小题阶段自查(二)	函数的概念与性质	462
小题阶段自查(三)	函数	463
小题阶段自查(四)	导数及其应用	465
解答专题特训(一)	函数与导数	467
小题阶段自查(五)	三角函数	469
解答专题特训(二)	解三角形	471
小题阶段自查(六)	平面向量与复数	473
小题阶段自查(七)	数列	475
解答专题特训(三)	数列	477
小题阶段自查(八)	立体几何	479
解答专题特训(四)	立体几何	481
小题阶段自查(九)	直线与圆	483
小题阶段自查(十)	圆锥曲线	485
解答专题特训(五)	解析几何	487
小题阶段自查(十一)	统计、统计案例	489
小题阶段自查(十二)	计数原理、概率、随机变量及其分布	492
解答专题特训(六)	统计与概率	494

参考答案

567

第1讲 集合 (时间:45分钟)

基础热身

1. 已知 $P = \{1, 2\}$, $Q = \{2, 3\}$, 若 $M = \{x | x \in P, x \notin Q\}$, 则 $M =$ ()

A. $\{1\}$ B. $\{2\}$
C. $\{3\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

2. [2023·蚌埠模拟] 已知全集 $U = \{x | -3 < x < 3\}$, 集合 $A = \{x | x^2 + x - 2 < 0\}$, 则 $\complement_U A =$ ()

A. $(-2, 1]$ B. $(-3, -2] \cup [1, 3)$
C. $[-2, 1)$ D. $(-3, -2) \cup (1, 3)$

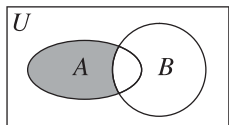
3. [2023·阳泉期末] 已知集合 $A = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{x}{x+3} \leq 0\right\}$, 则集合 A 的真子集的个数为 ()

A. 3 B. 4
C. 7 D. 8

4. 若集合 $M = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}\right\}$, $N = \{y | y = x^{-2}\}$, 则 ()

A. $M \cap N = \emptyset$ B. $M \subseteq N$
C. $N \subseteq M$ D. $M = N$

5. 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x | x < 3\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()



A. $\{3, 4, 5\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{4, 5\}$

6. [2023·海口模拟] 若集合 A 满足 $\{1, 2\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则集合 A 所有可能的情形有 _____ 种.

综合提升

7. [2023·武汉调研] 设集合 $A = \{y | y = \sqrt{x} + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = e^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ ()

A. $(0, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$
C. $(0, 1)$ D. $(-\infty, 1)$

8. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 4\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数是 ()

A. 0 B. 1
C. 2 D. 4

9. [2023·长沙模拟] 已知全集 U 的两个非空真子集 A, B 满足 $(\complement_U A) \cup B = B$, 则下列关系一定正确的是 ()

A. $A \cap B = \emptyset$ B. $A \cap B = B$
C. $A \cup B = A$ D. $(\complement_U B) \cup A = A$

班级
姓名

答题卡
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

10. (多选题) 设全集 $U = \{a, 4, a^2\}$, 集合 $A = \{b, c\}$, 若 $\complement_U A = \{1\}$, 则 ()

A. $a = 1$ B. $a = -1$

C. $b + c = 3$ D. $b = -1, c = 4$

11. (多选题) [2023 · 重庆南开中学质检] 已知集合 $M = \{m \mid m = 5k - 2, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{n \mid n = 10k + 8, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()

A. $M \cup N = M$

B. $M \cap N = \emptyset$

C. $(\complement_{\mathbf{Z}} M) \cup N = \mathbf{Z}$

D. $(\complement_{\mathbf{Z}} M) \subseteq (\complement_{\mathbf{Z}} N)$

12. [2024 · 九省联考] 已知集合 $A = \{-2, 0, 2, 4\}$, $B = \{x \mid |x - 3| \leq m\}$, 若 $A \cap B = A$, 则 m 的最小值为_____.

13. 已知集合 $A = \{x, x^2 + 1, -1\}$ 中的最大元素为 2, 则实数 $x =$ _____.

14. 向 50 名学生调查对 A, B 两个事件的态度, 有如下结果: 赞成 A 的人数是全体人数的五分之三, 其余的不赞成, 赞成 B 的比赞成 A 的多 3 人, 其余的不赞成, 对 A, B 都不赞成的学生人数比对 A, B 都赞成的学生人数的三分之一多 1, 则对 A, B 都赞成的学生人数为_____, 对 A, B 都不赞成的学生人数为_____.

能力拓展

15. [2023 · 河北衡水中学月考] 若集合 U 有 71 个元素, $S \subseteq U, T \subseteq U$ 且集合 S, T 各有 14, 28 个元素, 则 $\complement_{S \cup T}(S \cap T)$ 中的元素个数最少是 ()

A. 14 B. 30

C. 32 D. 42

16. 定义: 设有限集合 $A = \{x \mid x = a_i, i \leq n, n \in \mathbf{N}^*\}$, $S = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$, 则 S 叫作集合 A 的模, 记作 $|A|$. 若集合 $P = \{x \mid x = 2n - 1, n \leq 5, n \in \mathbf{N}^*\}$, 集合 P 含有四个元素的全体子集为 $P_1, P_2, \dots, P_k, k \in \mathbf{N}^*$, 则 $|P_1| + |P_2| + \dots + |P_k| =$ _____.

第3讲 等式与不等式 (时间:45分钟)

基础热身

1. 已知 $P=a^2+3a+3, Q=a+1$, 则 ()
 A. $P<Q$ B. $P\leq Q$
 C. $P>Q$ D. $P\geq Q$

2. 若 $a<0<b$, 则下列不等式中一定成立的是 ()
 A. $|a|>|b|$ B. $\sqrt{-a}<\sqrt{b}$
 C. $a^2<b^2$ D. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

3. “ $x>y>0$ ”是“ $x-\frac{1}{x}>y-\frac{1}{y}$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

4. [2023·广州二中二模] 若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$, 则下列不等式中不成立的是 ()
 A. $a^2<b^2$ B. $ab<b^2$
 C. $a+b<0$ D. $|a|+|b|>|a+b|$

5. 已知 $a<b<0$, 则 ()
 A. $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}>0$
 B. $\sin a-\sin b>0$
 C. $|a|-|b|<0$
 D. $\ln(-a)+\ln(-b)>0$

6. 已知 $a+b+c=0, a>b>c$, 则 $\frac{c}{a}$ 的取值范围是 _____.

综合提升

7. 已知 $\log_5 a > \log_5 b$, 则下列不等式一定成立的是 ()
 A. $\sqrt{a}<\sqrt{b}$
 B. $\log_5(a-b)>0$
 C. $5^{a-b}>1$
 D. $ac>bc$

8. “ $x>y$ ”的一个充分条件可以是 ()
 A. $2^{x-y}>\frac{1}{e}$ B. $x^2>y^2$
 C. $\frac{x}{y}>1$ D. $xt^2>yt^2$

9. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y\geq 1, \\ 5x+2y\geq 2, \end{cases}$ 则 $2x+y$ 的取值范围是 ()
 A. $[1, +\infty)$ B. $[3, +\infty)$
 C. $[4, +\infty)$ D. $[9, +\infty)$

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

10. (多选题)[2023·河北衡水中学月考] 设 a, b 为正实数, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $a^2 - b^2 = 1$, 则 $a - b < 1$
 B. 若 $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 1$, 则 $a - b < 1$
 C. 若 $a > b + 1$, 则 $a^2 > b^2 + 1$
 D. 若 $a \leq 1, b \leq 1$, 则 $|a - b| \geq |1 - ab|$

11. (多选题) 设 $x > 0, y \in \mathbf{R}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $x > y$, 则 $x > |y|$
 B. 若 $x < y$, 则 $x < |y|$
 C. 若 $x \geq |y|$, 则 $x + y = |x + y|$
 D. 若 $x > y$, 则 $x + |y| \geq |x + y|$

12. 能够说明“设 a, b, c 是任意实数, 若 $a < b < c$, 则 $ac < bc$ ”是假命题的一组整数 a, b, c 的值可以依次为_____.

13. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1, P = \log_a(a^3 + 1), Q = \log_a(a^2 + 1)$, 则 P 与 Q 的大小关系为_____.

14. 若 a 克不饱和糖水中含有 b 克糖, 则糖的质量分数为 $\frac{b}{a}$, 这个质量分数决定了糖水的甜度. 如果在此糖水中添加 m 克糖, 生活经验告诉我们糖水会变甜, 从而可抽象出不等式 $\frac{b+m}{a+m} > \frac{b}{a} (a > b > 0, m > 0)$, 数学中常称其为糖水不等式. 依据糖水不等式可得出 $\log_3 2$ _____ $\log_{15} 10$ (用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空); 写出上述结论所对应的一个糖水不等式:_____.

能力拓展

15. 有三个房间需要粉刷, 粉刷方案要求如下: 每个房间只用一种颜色, 且三个房间颜色各不相同. 已知三个房间的粉刷面积(单位: m^2) 分别为 x, y, z , 且 $x < y < z$, 三种颜色涂料的粉刷费用(单位: 元/ m^2) 分别为 a, b, c , 且 $a < b < c$, 则在不同的方案中, 最低的总费用(单位: 元)是 ()

A. $ax + by + cz$ B. $az + by + cx$
 C. $ay + bz + cx$ D. $ay + bx + cz$

16. (多选题)[2023·长春吉大附中三模] 若正实数 a, b 满足 $a > b$, 且 $\ln a \cdot \ln b > 0$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $\log_a b > 0$ B. $a - \frac{1}{b} > b - \frac{1}{a}$
 C. $2^{ab+1} < 2^{a+b}$ D. $a^{b-1} < b^{a-1}$

第5讲 一元二次方程、不等式 (时间:45 分钟)

基础热身

- 不等式 $8x-3x^2>4$ 的解集是 ()
 A. $(2, +\infty)$
 B. $(\frac{2}{3}, 2)$
 C. $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (2, +\infty)$
 D. $(-\infty, \frac{2}{3})$
- 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+1>0$ 的解集为 $\{x | -\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}\}$, 则 a, b 的值分别是 ()
 A. $-3, -6$ B. $-6, -1$
 C. $6, 3$ D. $3, 6$
- [2023·南京一中一模] 已知关于 x 的不等式 $2x^2+kx-m<0$ 的解集为 $(t, -1) (t<-1)$, 则 $k+m$ 的值为 ()
 A. 1 B. 2
 C. -1 D. -2
- 若关于 x 的不等式 $x^2-4x-2-a>0$ 在区间 $(1, 4)$ 内有解, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, -2)$ B. $(-2, +\infty)$
 C. $(-6, +\infty)$ D. $(-\infty, -6)$
- 若关于 x 的不等式 $ax^2+bx+2>0$ 的解集为 $\{x | -2<x<1\}$, 则二次函数 $f(x)=2bx^2+4x+a$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值、最小值分别为 ()
 A. $-1, -7$ B. $0, -8$
 C. $1, -1$ D. $1, -7$
- 若关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $(-2, 4)$, 则关于 x 的不等式 $\frac{ax+c}{bx-c}\leq 0$ 的解集为 _____.

综合提升

- 在 $\mathbf{R}$ 上定义运算 $\otimes: x\otimes y=x(1-y)$. 若不等式 $(x-a)\otimes(x+a)<1$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 ()
 A. $-\frac{1}{2}<a<\frac{3}{2}$
 B. $0<a<2$
 C. $-1<a<1$
 D. $-\frac{3}{2}<a<\frac{1}{2}$

- 关于 x 的方程 $x^2-2ax+1=0$ 的两根分别在 $(0, 1)$ 与 $(1, 3)$ 内, 则实数 a 的取值范围为 ()
 A. $1<a<\frac{5}{3}$
 B. $a<1$ 或 $a>\frac{5}{3}$
 C. $-1<a<\frac{5}{3}$
 D. $-\frac{5}{3}<a<-1$
- 某小型服装厂生产一种风衣, 日销售量 x (即日生产量, 单位: 件, $0<x<65, x\in\mathbf{N}_+$) 与销售单价 P (单位: 元) 之间的函数关系式为 $P=160-2x$, 日销售量 x (单位: 件) 与所需成本 C (单位: 元) 之间的函数关系式为 $C=500+30x$. 若要求每天获利不少于 1300 元, 则日销售量 x 的取值范围是 ()
 A. $20\leq x\leq 30, x\in\mathbf{N}_+$
 B. $20\leq x\leq 45, x\in\mathbf{N}_+$
 C. $15\leq x\leq 30, x\in\mathbf{N}_+$
 D. $15\leq x\leq 45, x\in\mathbf{N}_+$
- (多选题) 已知关于 x 的不等式 $(x+2)(x-4)+a<0 (a<0)$ 的解集是 $(x_1, x_2) (x_1<x_2)$, 则 ()
 A. $x_1+x_2=2$
 B. $x_1x_2<-8$
 C. $-2<x_1<x_2<4$
 D. $x_2-x_1>6$
- (多选题) [2024·岳阳一中月考] 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集为 M , 则下列说法错误的是 ()
 A. 若 $M=\emptyset$, 则 $a<0, b^2-4ac<0$
 B. 若 $M=(-1, 3)$, 则关于 x 的不等式 $-cx^2-bx-b>cx+4a$ 的解集为 $(-\infty, -2) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$
 C. 若 $M=\{x | x\neq x_0, x_0 \text{ 为常数}\}$, 且 $a<b$, 则 $\frac{a+4c}{b-a}$ 的最小值为 $2+2\sqrt{2}$
 D. 若 $a<0$, 则 M 一定不为 $\emptyset$

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

12. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x}$, 若对任意 $x \in [1, +\infty)$, $f(x) > 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.
13. 若不等式 $x^2 - 6 > mx$ 对任意满足 $|m| \leq 1$ 的实数 m 都成立, 则 x 的取值范围是_____.
14. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + (b - 2)x + 3$ ($a \neq 0$).
- (1) 当 $a = 1, b = 6$ 时, 求此函数的零点;
- (2) 若不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 1\}$, 求实数 a, b 的值.

15. 设 $m \in \mathbf{R}$, 二次函数 $f(x) = x^2 - 5x + m$.
- (1) 若该二次函数的两个零点都在区间 $(1, +\infty)$ 内, 求 m 的取值范围;
- (2) 若对于任意 $x \in [1, 2]$, 不等式 $x^2 - 5x + m \leq 2x^2 + mx + m^2$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

能力拓展

16. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($0 < 2a < b, c \in \mathbf{R}$) 至多有一个零点, 则 $\frac{a+b+c}{b-a}$ 的最小值为_____.
17. 若函数 $f(x) = ax^2 - 2x - |x^2 - ax + 1|$ 有且仅有两个零点, 则 a 的取值范围为_____.

第7讲 函数的单调性与最值 (时间:45分钟)

基础热身

1. 下列函数在其定义域内是增函数的是 ()

A. $y=2^x$
B. $y=-\log_2 x$
C. $y=-\frac{1}{x}$
D. $y=\tan x$

2. [2024·广东四校联考] 函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+2}$ 的单调递增区间是 ()

A. $(-\infty, 1]$
B. $[1, 2]$
C. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$
D. $(-\infty, \frac{3}{2}]$

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} (3a-2)x+3a, & x<1, \\ \log_a x, & x\geq 1 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
C. $\left[\frac{2}{3}, 1\right)$ D. $\left(0, \frac{2}{3}\right)$

4. “ $a>2$ ”是“函数 $y=|x-a|$ 在 $(-\infty, 2]$ 上单调递减”的 ()

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 函数 $f(x)=x+2\cos x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ 上的最小值是_____.

6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $[0, +\infty)$ 上的增函数, 则满足 $f(2x-1)<f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围是_____.

综合提升

7. 已知函数 $f(x)=e^x+4x+1$, $a=f(\ln 4)$, $b=f(\ln 3)$, $c=f(1)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

A. $b>c>a$ B. $c>b>a$
C. $b>a>c$ D. $a>b>c$

8. 已知函数 $f(x)=|\ln x-a|+a$ ($a>0$) 在 $[1, e^2]$ 上的最小值为 1, 则 a 的值为 ()

A. 1 B. 2
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} |x-2a|, & x\leq 2, \\ x+\frac{1}{x-2}+a, & x>2, \end{cases}$ 且 $f(2)$

是 $f(x)$ 的最小值, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[-2, 1]$ B. $[0, 1]$
C. $[0, 6]$ D. $[1, 6]$

10. (多选题) 已知函数 $f(x)=$

$\begin{cases} x^2-ax+5, & x\leq 1, \\ \frac{a}{x}, & x>1, \end{cases}$ 且满足对于任意的 $x_1 \neq$

x_2 , 都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ 成立, 则 a 的值可

能是 ()

A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

11. (多选题) [2023·长春模拟] 已知函数 $f(x)=|x|+\sin^2 x$, 设 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 则 $f(x_1)>f(x_2)$ 成立的一个充分条件可以是 ()

A. $|x_1|>x_2$ B. $x_1+x_2>0$
C. $x_1^2>x_2^2$ D. $|x_1|>|x_2|$

12. 函数 $f(x)=\log_2\left[\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\right]$ 的单调递增区间为_____.

13. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调函数, 且 $f[f(x)-2^x-2x]=10$, 则 $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上的最大值为_____.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < 0, \\ -x^2+bx+c, & x \geq 0, \end{cases}$ 且 $f(1)=5, f(2)=6$.
- (1)求 $f(x)$ 的解析式;
- (2)写出 $f(x)$ 的单调递增区间和单调递减区间.

15. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足:对于任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立.
- (1)求 $f(0)$ 的值;
- (2)判断并证明 $f(x)$ 的单调性;
- (3)当 $a > 0$ 时, 解关于 x 的不等式 $\frac{1}{2}f(ax^2) - f(x) > -\frac{1}{2}f(-a^2x) + f(-a)$.

能力拓展

16. 已知 $\cos^5 \theta - \sin^5 \theta < 7(\sin^3 \theta - \cos^3 \theta)$, $\theta \in [0, 2\pi)$, 则 θ 的取值范围是 ()
- A. $(0, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$
- C. $(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$ D. $(\frac{5\pi}{4}, 2\pi)$
17. [2023·湖南永州三模] 若函数 $y=f(x)$ 和 $y=f(-x)$ 在区间 $[m, n]$ 上的单调性相同, 则把区间 $[m, n]$ 叫作 $y=f(x)$ 的“稳定区间”. 已知区间 $[1, 2024]$ 为函数 $y = \left| \left(\frac{1}{2} \right)^x + a \right|$ 的“稳定区间”, 则实数 a 的值可能为 ()
- A. $-\frac{9}{4}$ B. $-\frac{5}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

第8讲 函数的奇偶性、对称性与周期性 (B) (时间:45分钟)

基础热身

1. 已知函数 $f(x) = 4x(x-1) + ax + |x|$ 是偶函数, 则 $a =$ ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

2. 已知函数 $f(x) = \frac{2x}{x+2}$, 则下列函数中为奇函数的是 ()

- A. $y = f(x+2) + 2$ B. $y = f(x+2) - 2$
C. $y = f(x-2) + 2$ D. $y = f(x-2) - 2$

3. [2023·江苏徐州调研] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $y = f(x+1)$ 的图象关于直线 $x = -1$ 对称. 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \frac{3}{x+1}$, 则 $f(-2) =$ ()

- A. 1 B. 3
C. -1 D. -3

4. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4) = f(x)$, 且 $f(x)$ 在 $[0, 2)$ 上单调递减, 则 ()

- A. $f(5) < f(4) < f(3)$
B. $f(3) < f(4) < f(5)$
C. $f(3) < f(5) < f(4)$
D. $f(4) < f(5) < f(3)$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-1-x} + 2, & x < -1, \\ 2 - 2^{x+1}, & x > -1, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的图象关于 ()

- A. 点 $(1, -2)$ 对称
B. 点 $(-1, 2)$ 对称
C. 直线 $x = 1$ 对称
D. 直线 $x = -1$ 对称

6. 同时具有以下性质: ① 图象关于 y 轴对称; ② $\forall x \in \mathbf{R}, f(x+4) = f(x)$ 的一个函数 $f(x) =$ _____.

综合提升

7. [2023·湖南长沙一中模拟] 已知函数 $y = f(x+1)$ 为奇函数, 则函数 $y = f(x) + 1$ 的图象 ()

- A. 关于点 $(1, 1)$ 对称
B. 关于点 $(1, -1)$ 对称
C. 关于点 $(-1, 1)$ 对称
D. 关于点 $(-1, -1)$ 对称

8. 已知函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 当 $x_1 \neq x_2$ 且 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$ 时, $[f(x_2) - f(x_1)] \cdot (x_2 - x_1) < 0$ 恒成立, 设 $a = f(-\frac{1}{2}), b = f(2), c = f(e)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $c > a > b$ B. $c > b > a$
C. $a > c > b$ D. $b > a > c$

9. [2023·合肥一模] 已知 $p: a + b > 0, q: \ln(\sqrt{a^2+1} + a) - \ln(\sqrt{b^2+1} - b) > 0$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

10. (多选题) [2024·河北秦皇岛模拟] 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) - f(x-1) = f(x+1)$, 且 $f(x-2) + f(2-x) = 0$. 则 $f(x)$ 的图象 ()

- A. 关于点 $(2, 0)$ 对称
B. 关于点 $(3, 0)$ 对称
C. 关于直线 $x = 2$ 对称
D. 关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称

11. (多选题) [2023·福建莆田二模] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x+y)f(x-y) = [f(x)]^2 - [f(y)]^2, f(1) = \sqrt{3}, f(2x + \frac{3}{2})$ 为偶函数, 则 ()

- A. $f(0) = 0$
B. $f(x)$ 为偶函数
C. $f(3+x) = -f(3-x)$

D. $\sum_{k=1}^{2023} f(k) = \sqrt{3}$

12. 已知函数 $y = f(x)$ 的周期为 2, 且当 $x \in [-1, 1)$ 时, $f(x) = x$, 则 $y = f(x), x \in [2k-1, 2k+1) (k \in \mathbf{Z})$ 的解析式为 _____.

13. [2023·台州二模] 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: $\forall x, y \in \mathbf{R}, f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)f(y)$, 且 $f(0) = 1$, 则满足上述条件的函数 $f(x)$ 的一个解析式为 _____.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13



14. 双曲函数是一类与常见的三角函数类似的函数,最基本的双曲函数是双曲正弦函数和双曲余弦函数(历史上著名的“悬链线问题”与之相关).记双曲正弦函数为 $f(x)$,双曲余弦函数为 $g(x)$,已知这两个最基本的双曲函数具有如下性质:①定义域均为 $\mathbf{R}$;② $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数;③ $f(x) + g(x) = e^x$ (e 是自然对数的底数, $e = 2.718\ 28\cdots$).利用上述性质,解决以下问题:

(1)求双曲正弦函数和双曲余弦函数的解析式;

(2)解不等式 $f[f(x)] > \frac{1-e^2}{2e}$.

15. [2023·福建上杭一中模拟] 已知 _____,且

$$\text{函数 } g(x) = \frac{x+b}{2x^2+a}.$$

(1)判断 $g(x)$ 的奇偶性,并证明你的结论;

(2)设 $h(x) = -x - 2c$,若对任意的 $x_1 \in \mathbf{R}$,总存在 $x_2 \in [-2, 2]$,使得 $g(x_1) = h(x_2)$ 成立,求实数 c 的取值范围.

在①②两个条件中选择一个,将上面的题目补充完整,求出 a, b 的值,并解答本题.

①函数 $f(x) = x^2 + (2-a)x + 4$ 在定义域 $[b-1, b+1]$ 上为偶函数;

②函数 $f(x) = ax + b (a > 0)$ 在 $[1, 2]$ 上的取值范围为 $[2, 4]$.

能力拓展

16. [2023·重庆一中月考] 已知 $f(x+1)$ 为偶函数, $f(x+2) = f(x) + f(2)$, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x)$ 单调递增, 若 $a = f(\ln 2)$, $b = f(\ln 3)$, $c = f(2023.5)$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

17. [2023·衡水中学四模] 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(0) = 1$, 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 有 $f(xy+1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2$, 则

$$\sum_{i=1}^{2023} \frac{1}{f(i)f(i+1)} = \quad ()$$

- A. $\frac{2023}{4050}$ B. $\frac{2024}{2025}$
C. $\frac{2023}{4048}$ D. $\frac{2023}{2024}$

第10讲 指数与指数函数 (时间:45分钟)

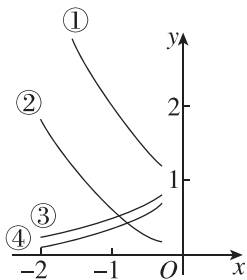
基础热身

1. [2023·海南琼海模拟] $\left(\frac{3^{\sqrt{7}}}{27}\right)^{\sqrt{7}+3} =$ ()

- A. 9
B. $\frac{1}{9}$
C. 3
D. $\frac{\sqrt{3}}{9}$

2. [2023·天津河东区一模] 如图,①②③④中不属于指数函数 $y=3^x$, $y=2^x$, $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图象中一个的是 ()

- A. ①
B. ②
C. ③
D. ④



3. 若 $a=1.5^{0.4}$, $b=1.5^{0.6}$, $c=0.6^{0.4}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $c>a>b$
B. $c>b>a$
C. $a>b>c$
D. $b>a>c$

4. “ $\left(\frac{1}{2}\right)^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$ ”是“ $a < b+1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

5. 已知函数 $f(x)=|a^x-1|$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$), 则下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 的图象恒过定点 $(0, 1)$
B. 函数 $f(x)$ 的值域为 $(0, +\infty)$
C. 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增
D. 若直线 $y=2a$ 与函数 $f(x)$ 的图象有两个公共点, 则实数 a 的取值范围是 $(0, 1)$

6. [2023·宁波二模] 若函数 $y=a^x$ ($a>1$) 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值与最小值的差为 2, 则 $a =$ _____.

综合提升

7. 已知 $0<a<b<1$, 下列不等式中错误的是 ()

- A. $(1-a)^{\frac{1}{b}} < (1-a)^b$
B. $(1-a)^b > (1-a)^{\frac{b}{2}}$
C. $(1+a)^a < (1+b)^b$
D. $(1-a)^a > (1-b)^b$

8. [2024·江西重点中学协作体联考] 草莓中有多种氨基酸、微量元素、维生素, 能够调节免疫功能, 增强机体免疫力. 草莓味甘、性凉, 有润肺生津, 健脾养胃等功效, 受到众人的喜爱. 根据草莓单果的重量, 可将其从小到大依次分为 4 个等级, 其等级 x ($x=1, 2, 3, 4$) 与其对应的市场销售价格 y (单位: 元/千克) 近似满足函数关系式 $y=e^{ax+b}$. 若花同样的钱买到的 1 级草莓比 4 级草莓多 1 倍, 且 1 级草莓的市场销售价格为 24 元/千克, 则 3 级草莓的市场销售价格最接近 (参考数据: $\sqrt[3]{2} \approx 1.26$, $\sqrt[3]{4} \approx 1.59$) ()

- A. 30.24 元/千克
B. 33.84 元/千克
C. 38.16 元/千克
D. 42.64 元/千克

9. 已知函数 $f(x)=\frac{2^x}{2^x+1}$, 则 ()

- A. 函数 $f(x)$ 是减函数
B. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 对称
C. 函数 $f(x)$ 的值域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
D. 函数 $f(x)$ 是奇函数

10. (多选题) [2024·长沙长郡中学月考] 已知 $f(x)=ae^x+be^{-x}$ (其中 a, b 是非零常数, 无理数 $e=2.718\ 28\cdots$), 则以下结论正确的是 ()

- A. 如果 $a=b$, 那么 $f(x)$ 为奇函数
B. 如果 $ab<0$, 那么 $f(x)$ 为单调函数
C. 如果 $ab>0$, 那么 $f(x)$ 没有零点
D. 如果 $ab=1$, 那么 $f(x)$ 的最小值为 2

11. (多选题) 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别为奇函数和偶函数, 且 $f(x)+g(x)=2^x$, 则 ()

- A. $f(x)-g(x)=2^{-x}$
B. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增
C. $f(x)=g(x)$ 有唯一解
D. $g(x) \geq 1$

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

12. 已知函数 $f(x)$, 给出两个性质:

① $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数;

② 对任意 $x \in \mathbf{R}, f(x) > 1$.

写出一个同时满足性质①和性质②的函数解析式: $f(x) =$ _____.

13. 设 $f(x) = x\left(\frac{1}{2^x - a} + \frac{1}{2}\right)$. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, 则关于 x 的不等式 $a^x \geq f(a)$ 的解集为 _____.

14. 已知函数 $f(x) = 4a \times 9^x + (8a - 3) \times 3^{x-1} + \frac{13}{9}a - \frac{4}{3} (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a = \frac{1}{4}$, 求 $f(x)$ 的值域;

(2) 若 $a > \frac{3}{8}$, 存在实数 $m, n (m < n)$, 使得当 $x \in [m, n]$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $[3^{m+1}, 3^{n+1}]$, 求实数 a 的取值范围.

15. [2023 · 福建龙岩一中月考] 已知奇函数

$f(x) = \frac{a \cdot 2^x - 1}{2^x + 1}$ 的定义域为 $[-a-2, b]$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 当 $x \in [1, 2]$ 时, $2 + mf(x) + 2^x > 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

能力拓展

16. [2024 · 杭州二中模拟] 设实数 a, b 满足 $1001^a + 1010^b = 2023^a, 1014^a + 1016^b = 2024^b$, 则 a, b 的大小关系为 ()

A. $a > b$

B. $a = b$

C. $a < b$

D. 无法比较

17. 设 $a > 0$, 平行于 x 轴的直线 $l: y = a$ 分别与函数 $y = 2^x$ 和 $y = 2^{x+1}$ 的图象交于点 A, B , 若函数 $y = 2^x$ 的图象上存在点 C , 满足 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 则 $a =$ _____.

增分微练1 指、对、幂函数之比较大小 (时间:45 分钟)

1. 设 $a=0.2^{0.5}, b=0.04^{0.1}, c=\log_{0.5} 0.2$, 则 ()

- A. $a>c>b$ B. $b>c>a$
C. $c>a>b$ D. $c>b>a$

2. 已知 $a=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{5}}, b=\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{5}}, c=\log_{\frac{2}{5}} 2$, 则 ()

- A. $a<b<c$ B. $b<a<c$
C. $c<b<a$ D. $c<a<b$

3. [2024·南昌模拟] 已知 $a=\log_3 \frac{7}{5}, b=\left(\frac{26}{3}\right)^{\frac{1}{2}}, c=\frac{1}{2}\log_{27} 9$, 则 ()

- A. $a<b<c$ B. $a<c<b$
C. $b<a<c$ D. $c<a<b$

4. [2024·烟台期中] 已知 $a=\log_3 2, b=\sin \frac{1}{2}, c=e^{0.5}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $c>a>b$ B. $c>b>a$
C. $b>c>a$ D. $b>a>c$

5. [2024·安徽皖江名校联考] 已知实数 a, b, c 满足 $a=\log_4 3, b=\log_7 5, 1+\log_5 c=\frac{\ln 4}{\ln 5}$, 则 ()

- A. $a<c<b$ B. $a<b<c$
C. $c<a<b$ D. $b<c<a$

6. 若 $3^x=4^y=10, z=\log_x y$, 则 ()

- A. $x>y>z$ B. $y>x>z$
C. $z>x>y$ D. $x>z>y$

7. [2023·天津南开中学质检] 若 $a=\lg 2 \cdot \lg 5, b=\frac{\ln 2}{2}, c=\frac{\ln 3}{3}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a<b<c$ B. $b<c<a$
C. $b<a<c$ D. $a<c<b$

8. [2023·宁波九校模拟] 若 $a=\log_2 \sqrt{3}, b=2^{\log_4 \frac{3}{4}}, c=2^{-\frac{1}{2}}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a>b>c$ B. $b>a>c$
C. $c>a>b$ D. $b>c>a$

班级
姓名

答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	

9. 已知实数 a, b, c 满足 $\sqrt{a} = \left(\frac{1}{2}\right)^b = \ln c$, 则下列不等式一定不成立的是 ()

A. $b < a < c$ B. $a < b < c$
 C. $b < c < a$ D. $a < c < b$

10. 若 $a = \ln 3 - \ln 2, b = \frac{\ln 2}{\ln 3}, c = \ln 3 \times \ln 2$, 则 ()

A. $a < c < b$ B. $a < b < c$
 C. $b < c < a$ D. $b < a < c$

11. 若 $4^{a+1} = \log_{\frac{3}{2}} b = (2c+1)^{-\frac{1}{2}}$, 则 a, b, c 的大小关系不可能为 ()

A. $c > b > a$ B. $c > a > b$
 C. $b > a > c$ D. $b > c > a$

12. 已知 $a = 0.01 \ln 1.01, b = 0.1 \ln 0.2, c = 0.11 \ln 0.19$, 则 ()

A. $c > a > b$ B. $a > b > c$
 C. $b > c > a$ D. $a > c > b$

13. [2023·辽宁葫芦岛二模] 若 $e^x + \pi^y > e^{-y} + \pi^{-x}$, 则 ()

A. $\ln(y+x+e) > 1$
 B. $\ln(y+x+e) < 1$
 C. $\log_{\pi} |x+y| > 0$
 D. $\log_{\pi} |x+y| < 0$